

© 1992 г. Д. Вайвил, Цао Ен, А. Тротмэн

## ПОВЕРХНОСТЬ ЦАО ЕНА: НОВЫЙ ПОДХОД К ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ФОРМ

Поверхность Цао Ена обеспечивает новый метод для описания моделей произвольных форм. По-существу, это отображение сферы или гиперсферы в соответствующую замкнутую параметрическую поверхность. Однако, с помощью этого же метода можно создавать поверхности произвольной топологии, выполнять сглаживание, интерполируя нормали поверхности, вычислять проекции поверхности, задавать искажения и опрашивать функции текстуры. Отображение можно описать как функцию двухуровневой нейронной сети.

### 1. Введение

В статье мы представляем новый тип геометрической модели для поверхностей произвольных форм — поверхность Цао Ена. Зачем она нужна?

Кусочно-параметрическая аппроксимация Безье или В-сплайнами годится для произвольных поверхностей, но, как известно, ей свойственны отдельные недостатки. Если используются куски, то нужно решить, где будут проходить границы. Выбор числа и размещения кусков оставался почти или совсем без внимания в литературе, однако, он являлся первой и часто очень трудной проблемой в данной задаче. Большинство объектов состоит из одной или более замкнутых поверхностей. По природе своей кусок незамкнут, поэтому на разработчика возлагается ответственность по формированию сетки кусков, соответствующей желаемой форме и определяющей условия замкнутости поверхности.

Заманчивой альтернативой является использование сопряженных, неявных поверхностей [1–3]. Созданные этим способом мягкие объекты будут замкнутыми и 3-мерными, они могут быть легко включены в CSG-систему [4]. Однако, эффективное построение мягких объектов остается пока таинственным искусством. Если вы пытаетесь создать простейший каркас из ключевых точек, то результирующая поверхность будет иметь выпуклость, в общих чертах соответствующую каждой ключевой точке. Более гладкие результаты можно получить путем выбора ключевых точек, которые создают общие квадратичные поля, и с помощью небольшого количества таких точек можно создавать широкий спектр форм. Однако, это — процесс, требующий большого мастерства и понимания сути математических методов. Интуиции уже недостаточно.

Параметрический кусок определяет отображение конечной плоскости на ограниченную криволинейную поверхность в 3-мерном пространстве. Поверхность Цао Ена в своей простейшей форме может быть представлена как отображение сферы на произвольную замкнутую поверхность в 3-мерном пространстве. Например, можно взять сферический воздушный шар и вытягивать поверхность в другую форму. Для описания операции вытягивания определяем набор точек на исходной сфере и соответствующий набор точек на выходной поверхности. Гарантируется, что результирующая поверхность замкнута и топологически идентична сфере. Подобно другим параметрическим поверхностям, она может пересекать себя и необязательно разделяет пространство на внутреннюю и внешнюю области.

## 2. Определение поверхности Цао Ена

Пусть  $x$  — вектор  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  на поверхности единичной гиперсферы. Тогда

$$(1) \quad x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_m^2 = 1.$$

Допустим, что  $K_i, 1 \leq i \leq n$  представляет одну из  $n$  ключевых точек. С каждой  $K_i$  связан весовой вектор  $w_i = (w_{i,1}, w_{i,2}, \dots, w_{i,m})$  и функция сопряжения  $F_i$ . Пусть  $G_i, 1 \leq i \leq p$  представляют один из  $p$  генераторов формы. С каждым  $G_i$  связан весовой вектор  $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,n})$ .

Для любого  $K$  можем вычислить

$$(2) \quad k_i = F_i(x \cdot w_i),$$

и эти значения образуют вектор  $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ . Для любого  $G_i$  можем вычислить

$$(3) \quad y_i = k \cdot v_i,$$

и эти  $p$  значений образуют вектор  $y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ .

Вектор  $y$  определяет точку в  $p$ -мерном пространстве, т.е. отображение вектора  $x$  в  $m$ -мерном пространстве. Набор точек  $y$ , который соответствует набору всех точек  $x$  на поверхности гиперсферы, определяет поверхность Цао Ена. При  $m = p = 3$  определяется отображение сферы в замкнутую поверхность в 3-мерном пространстве с использованием  $n$  ключевых точек.

В случае компьютерной реализации удобно рассматривать векторы  $w_i$  как матрицу  $W$  точек, распределенных на поверхности гиперсферы, называемую матрицей сопряжения. Аналогично, векторы  $v_i$  образуют матрицу  $V$ , которую назовем матрицей формы.

Каждое  $w_i$  представляет собой точку на исходной гиперсфере. Скалярное произведение  $x \cdot w_i$  показывает, насколько близка точка  $x$  к  $w_i$ . Функция сопряжения  $F_i$  определяет, как быстро уменьшается влияние  $w_i$  по мере того, как  $x$  удаляется. Для заданного  $i$   $p$ -мерный вектор  $t_i = (v_{1,i}, v_{2,i}, \dots, v_{p,i})$  представляет точку в выходном пространстве, соответствующую точке  $w_i$ . В общем случае поверхность Цао Ена не включает  $t_i$ , но обычно проходит близко от нее (рис. 1). Можно считать точки  $w_i$

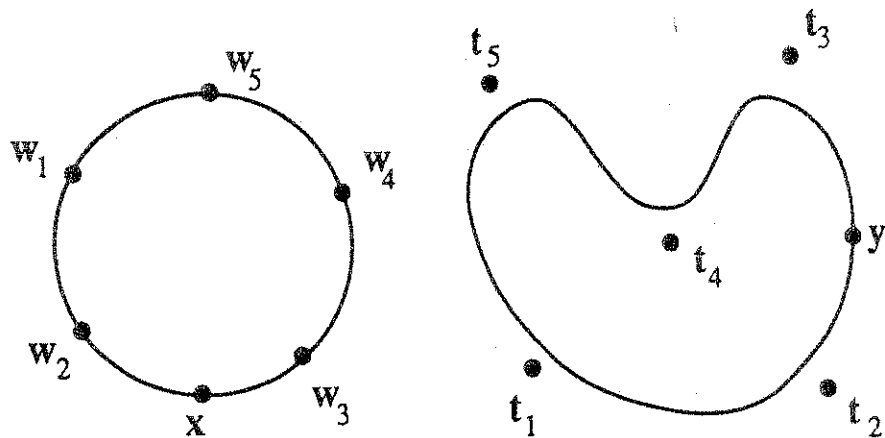


Рис. 1

исходными точками, которые приближенно отображаются в соответствующие выходные точки  $t_i$ . Это соответствует идее вытягивания эластичной сферы в новую форму, чтобы попытаться приблизить каждое  $w_i$  к  $t_i$ : результатом этого является сглаживающая поверхность.

### 3. Сопрягающая (смешивающая) функция $F_i$

М

Каждая точка  $y$  на выходной поверхности является взвешенной суммой векторов формы  $t_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Если некоторая точка  $x$  близка к точке  $w_i$ , то можно ожидать, что соответствующая точка  $y$  будет близка к  $t_i$ . Это означает, что  $k_i = 1$ , когда  $x = w_i$ , и  $k_i$  близко к 0, когда  $x$  достаточно удалена от  $w_i$ . Скалярное произведение  $x \cdot w_i$  равно косинусу углового расстояния от  $x$  до  $w_i$ . Цель функции сопряжения  $F_i$  — заменить эту функцию косинуса на нечто более нам подходящее. В принципе, мы можем иметь различные  $F_i$  для каждой ключевой точки. До сих пор нам не требовалось такой гибкости. Если введем параметр  $q_i$  для каждой ключевой точки, тогда функция

(6)

Н  
на р  
прок

$$(4) \quad F_i(s) = \begin{cases} s^{q_i}, & s > 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

создает подходящий эффект сопряжения. Мы также использовали

$$(5) \quad F_i(s) = e^{(q_i(s-1))}.$$

В каждом случае должно быть выбрано подходящее значение  $q_i$ . Результат изменения этого значения для простого случая, когда  $W$  равно  $V$ , показан на рис. 2. Шесть выходных точек находятся в точках, где оси координат пересекают единичную сферу, и значение  $q_i$  для каждой выходной точки одинаково. Шесть форм соответствуют значениям  $q_i$  от 1 до 6. Значение  $q_i=1$  порождает более округлую форму,  $q_i=6$  — более остроконечную.

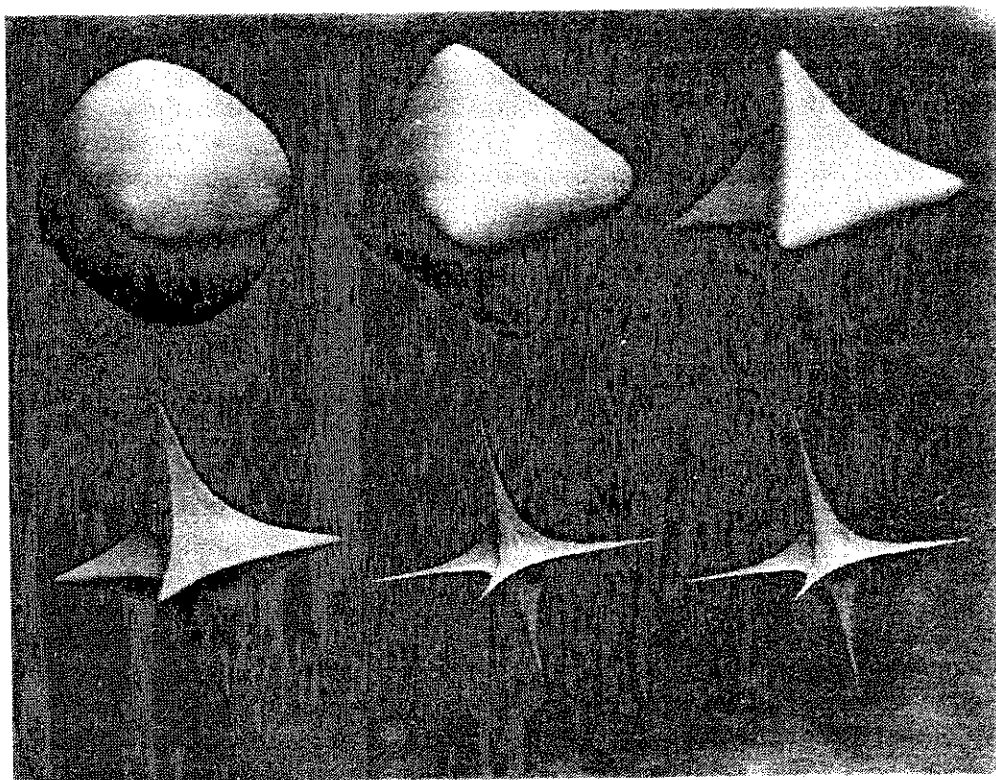


Рис. 2

Л  
знач  
Всле  
 $w_i$ .  
функ  
ном  
Если  
пове  
Н  
ной  
неза  
Пове  
ронн  
отоб  
этой  
помо

Можно также использовать рациональную функцию сопряжения, где

$$(6) \quad k_i = (x \cdot w_i) / \sum_{i=1}^n F_i(x \cdot w_i).$$

На рис. 3 представлен результат изменения  $q_i$ . Выходные точки такие же, как на рис. 2. По мере возрастания значения  $q_i$  форма становится менее округлой, аппроксимируя октаэдр.

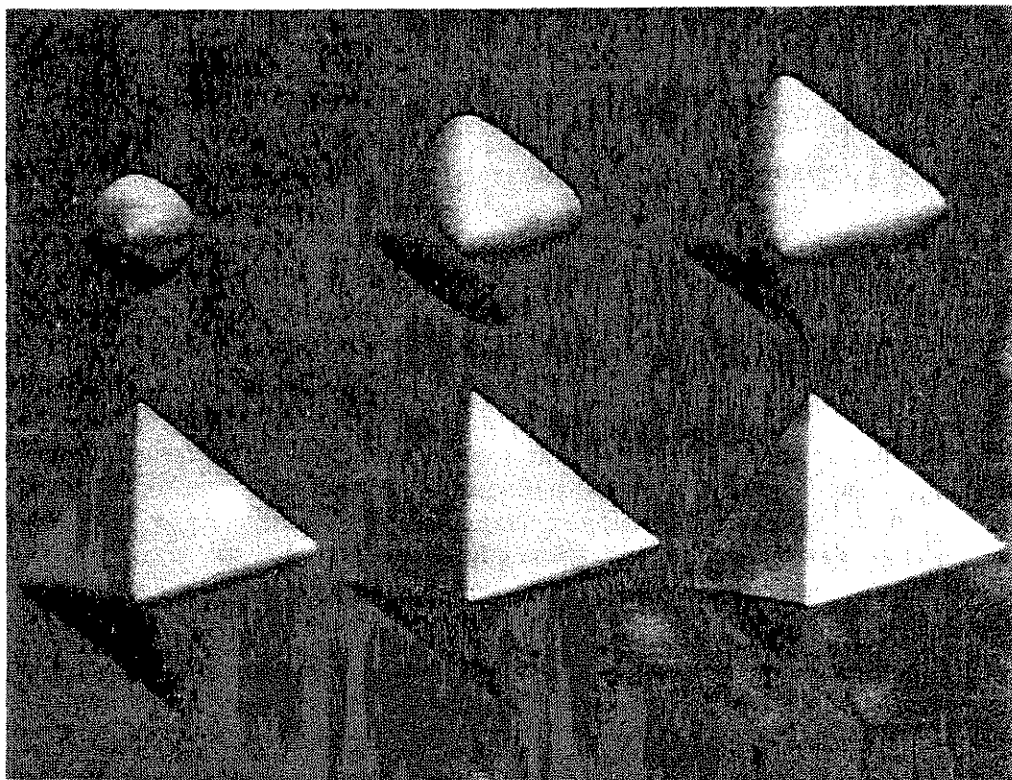


Рис. 3

**Локальное управление.** Функции (4) и (5), описанные выше, дают ненулевые значения  $k_i$  даже в тех случаях, когда точки  $x$  и  $w_i$  находятся далеко одна от другой. Вследствие этого вся поверхность подвергается воздействию при изменении любого  $w_i$ . Если требуется более локальное управление формой, то мы должны выбрать функцию  $F_i(s)$  таким образом, чтобы она равнялась нулю при некотором конкретном значении  $s = x \cdot w_i$ . Эта область нуждается в дополнительном исследовании. Если для каждого вычисления требуется лишь подмножество ключевых точек, то поверхность можно сгенерировать более эффективно.

**Нейронная сеть.** Отображение можно представить как действие искусственной нейронной сети (рис. 4). Ключевые точки и генераторы формы образуют два независимых слоя узлов. Векторы  $w$  и  $v$  являются весами для входов этих узлов. Поверхность Цао Ена первоначально была задумана как нечто, порожденное нейронной сетью [5], но схема оказалась настолько удобной, что мы стали называть отображение и соответствующий алгоритм сетью Цао Ена или просто сетью. Из этой схемы видно, что поверхность Цао Ена может быть эффективно получена с помощью параллельной аппаратуры.

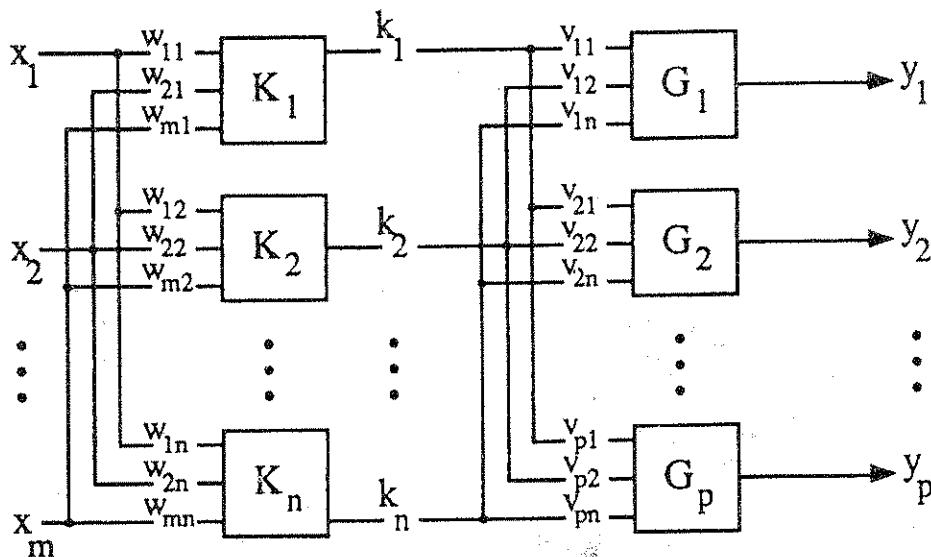


Рис. 4

#### 4. Нормали к поверхности

Для экранизации необходимо вычислять нормаль в любой точке поверхности Цао Ена. Рассмотрим простой случай отображения сферы на поверхность, заданную в 3-мерном пространстве. В полярных координатах точка  $x = (x_1, x_2, x_3)$  на поверхности сферы может быть представлена с помощью углов  $\theta, \phi$ , где

$$(7) \quad x_1 = \cos(\theta) \sin(\phi), \quad x_2 = \sin(\theta) \sin(\phi), \quad x_3 = \cos(\phi).$$

Небольшие перемещения  $\delta\theta$  и  $\delta\phi$  лежат на поверхности сферы, а соответствующие векторы  $\delta y / \delta\theta$  или  $\delta y / \delta\phi$  — на выходной поверхности. Следовательно, направление искомой нормали соответствует векторному произведению

$$(8) \quad N = \frac{\delta y}{\delta\theta} \times \frac{\delta y}{\delta\phi}.$$

Компоненты (8) легко вычислить, например,

$$(9) \quad \frac{\delta y_1}{\delta\theta} = \frac{\delta y_1}{\delta x_1} \frac{\delta x_1}{\delta\theta} + \frac{\delta y_1}{\delta x_2} \frac{\delta x_2}{\delta\theta} + \frac{\delta y_1}{\delta x_3} \frac{\delta x_3}{\delta\theta}$$

и

$$(10) \quad \frac{\delta x_1}{\delta\theta} = -\sin(\theta) \sin(\phi)$$

и т.д.

Используя (5) в качестве  $F_i$ , можем записать

$$(11) \quad y_g = \sum_{j=1}^n v_{gj} e^{q_j (\sum_{i=1}^3 x_i w_{ij} - 1)}, \quad g = 1, 2, 3.$$

Дифференцируя по  $x_i$ , получаем

$$(12) \quad \frac{\delta y_g}{\delta x_h} = \sum_{j=1}^n v_{gj} q_j w_{hj} e^{q_j (\sum_{i=1}^3 x_i w_{ij} - 1)}, \quad h = 1, 2, 3.$$

Используя (8–10, 12) можно вычислить  $N$  для любой точки поверхности. Если начинаем от вектора  $x$ , то можем избежать тригонометрических функций, так как

$$(13) \quad \sin(\theta) = x_2 / \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

и т.д.

Заметим, что в (12)  $q_j, w_{hj}$  — константы. Это означает, что  $\delta y_g / \delta x_h$  можно вычислить с помощью той же сети, заменяя каждое  $v_{jg}$  на  $v_{jg} q_j w_{hj}$ .

Во многих случаях можно избежать точного вычисления нормали. Если, например, нормаль вычисляется в ключевых точках ( $x = w_i$ ), то можно использовать каждый из этих векторов нормали вместо выходных векторов  $t_i$ . Модифицированная сеть вычислит аппроксимацию нормали поверхности для любого входного вектора  $x$ , используя тот же алгоритм, который вычисляет форму.

## 5. Проекция на картинную плоскость

Проекция поверхности Цао Ена также можно получить непосредственно с помощью первоначальной сети. Допустим, что  $z = (z_1, z_2, \dots, z_p)$  является вектором в выходном пространстве. Тогда компонент  $y$ , спроецированный на  $z$ , примет вид:

$$(14) \quad y \cdot z = \sum_{j=1}^p y_j z_j = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^n k_i v_{ji} z_j.$$

Преобразуя эту сумму, получим

$$(15) \quad y \cdot z = \sum_{i=1}^n k_i \sum_{j=1}^p v_{ji} z_j,$$

а для каждого  $i$  можно заранее вычислить

$$(16) \quad v_{iz} = \sum_{j=1}^p v_{ji} z_j.$$

Из этого следует, что можно создать новый генератор формы  $G_z$  со входами  $v_{iz}$  и выходом  $Y \cdot z$ , проекцией  $y$  на произвольную ось.

Так же можно создать пару генераторов  $G_\alpha, G_\beta$ , где  $\alpha, \beta$  — векторы, представляющие собой перпендикулярные оси в системе координат на плоскости. Сеть вычисляет координаты, полученные в результате проецирования. Если выбираем плоскость  $(\alpha, \beta)$  в качестве наших экранных координат, то создаем окончательное представление непосредственно от сети.

В случае перспективного преобразования дело несколько усложняется. Можно, конечно, создать правильную перспективную проекцию, используя однородные координаты, но это требует дополнительного деления, при котором каждая точка экрана в итоге отображается или обрабатывается. Более изящное решение состоит в вычислении координат экрана для каждой ключевой точки и их использовании в пространстве исходных векторов  $t_i$ . Затем сеть интерполирует эти значения, получая аппроксимацию правильной перспективной проекции каждого  $y$ .

## 6. Неявная форма

Подобно другим параметрическим поверхностям, поверхность Цао Ена может пересекать себя, выворачиваться наизнанку, иметь выступы и другие особенности.

Поэтому она не может быть преобразована в такую неявную функциональную форму, когда каждая точка в пространстве могла бы быть классифицирована единственно как вне, внутри или на поверхности. Однако, в некоторых особых случаях возможно создать неявную форму. Следующее построение применимо к выпуклым поверхностям.

Одинаковое отображение используется как для обычной параметрической поверхности, так и для самой сети, описывающей ее. Но вместо отображения единичной гиперсферы на поверхность произвольных форм имеем отображение одного гиперпространства на другое. Каждая исходная точка  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  отображается в конечную точку  $y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ , и предполагается, что точка  $x$  находится внутри поверхности, тогда и только тогда, когда  $y$  находится внутри гиперсферы  $y^2 = 1$ . Предположим, что  $m \geq p$ . Для простоты  $p$  может равняться 1, и проверка, внутри или снаружи находится точка, сводится к сравнению  $y_1 \leq s$ , где  $s$  — любое число, большее 1.

Предположим, что желаемая форма аппроксимируется выпуклым многогранником, и перпендикуляр из некоторой центральной точки на каждую граничную гиперплоскость пересекает эту гиперплоскость в выходной точке. На рис. 5 показана структура неявной поверхности. Жирные линии представляют гиперплоскости, тонкие линии — перпендикуляры. Допустим, что точки, в которых эти перпендикуляры пересекают гиперплоскости, представлены векторами  $t_i$ , и тогда определим матрицу сопряжения

$$(17) \quad w_i = t_i / t_i^2.$$

Если выходные точки выбраны лежащими на единичной гиперсфере, тогда сеть будет вычислять неявную форму поверхности.

Большой интерес представляет более общая неявная форма, но мы еще не знаем, как характеризовать подмножество поверхностей Цао Ена, которые могут быть выражены неявно.

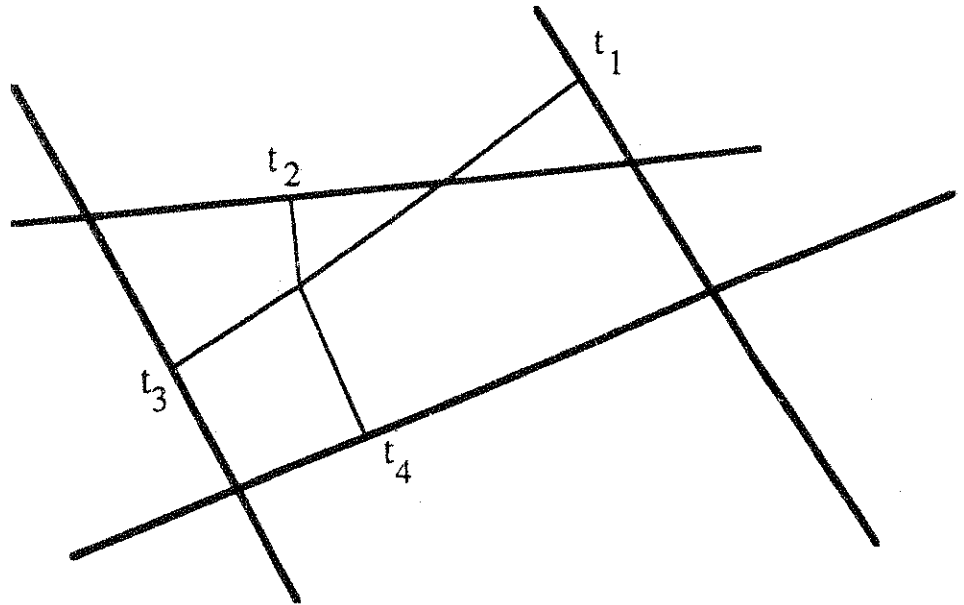


Рис. 5



## 7. Методы экранизации

До сих пор мы использовали три метода экранизации поверхностей Цао Ена в 3-мерном пространстве.

**Трассировка лучей.** Для особого случая выпуклых поверхностей неявная форма может быть трассирована с помощью пошагового приращения луча [6]. Граничную сферу помещают вокруг поверхности и ищут две точки пересечения с этой сферой. Где-то между этими точками может произойти пересечение. Проводится двоичный поиск вдоль луча между точками пересечения сферы в попытке найти точку внутри поверхности. Рассматривается точка в середине линии. Если она находится снаружи, то линия делится пополам и рекурсивно исследуется, пока не найдется внутренняя точка или интервал поиска не окажется ниже некоторого предела. Если внутренняя точка обнаружена, тогда точки пересечения могут быть найдены с помощью обычного метода деления пополам вдоль луча. Он найдет все точки пересечения, потому что неявные поверхности строго выпуклые и могут иметь только два пересечения.

Найдя обе точки пересечения, поверхности Цао Ена можно использовать в конструктивной геометрии тел [7]. На рис. 6 представлена такая поверхность, трассированная лучами.

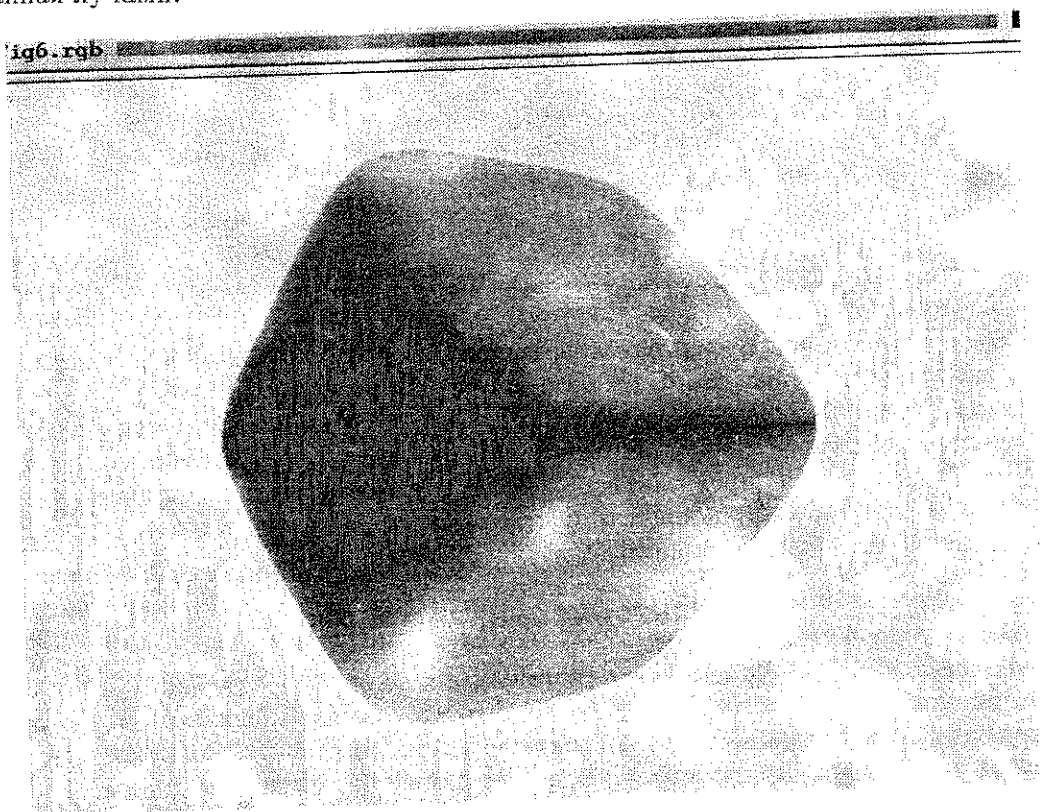


Рис. 6

**Многоугольная сетка.** Покрываем исходную сферу частой многоугольной сеткой и отображаем каждую вершину многоугольника в соответствующую точку на поверхности Цао Ена. В результате образуется многоугольная сетка, которая аппроксимирует требуемую поверхность и может быть изображена с помощью стандартных методов. Этот подход не предназначен для окончательной экранизации, но позволяет быстро просматривать модели, используя графический конвейер в компьютере Personal IRIS фирмы Silicon Graphics. Чайник на рис. 7 был сгенерирован с помощью многоугольников из 4-х поверхностей Цао Ена. Исходные данные для чай-



ника содержали только 104 выходные точки. Стоит отметить, что крышка и тело чайника являются не поверхностями вращения, а поверхностями Цао Ена. Ключевые точки обладают только 6-кратной симметрией.



Рис. 7

**Буфер глубины.** Буфер глубины заполняется для экрана и определяется множеством точек выборки на сфере. Для каждой точки выборки применяют сеть для создания точки на поверхности Цао Ена. Буфер глубины обновляется, если глубина, связанная с новой точкой, меньше, чем глубина, хранящаяся для ее пиксела. В случае, когда пиксел "пропускается", между соседними точками выборки генерируется промежуточная. Этот процесс не очень эффективен и в дальнейшем предстоит разработка построчного экранизатора.

## 8. Альтернативная топология

Поверхность Цао Ена, как она определена в разд. 2, лучше было бы называть сферической поверхностью Цао Ена, потому что она топологически эквивалентна сфере или гиперсфере. Можно использовать сеть для определения поверхностей с другой топологией. Например, точка на торе может быть описана парой углов  $\theta, \phi$ , как показано на рис. 8. И если мы избегаем сложных тригонометрических функций, то можно представить такую точку, как вектор  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ , где

$$(18) \quad x_1 = \cos(\theta), \quad x_2 = \sin(\theta), \quad x_3 = \cos(\phi), \quad x_4 = \sin(\phi).$$

Скалярное произведение  $x \cdot w_i$  задает расстояние между точками  $x$  и  $w_i$ , и можно использовать сеть для генерации поверхностей, топологически эквивалентных тору. Выходные точки будут, конечно, определены в 3-мерном пространстве. Подобным образом можно создавать особые системы координат для другой топологии. Это не трудно, поскольку поверхность Цао Ена одинаково хорошо определена для любого числа размерностей.

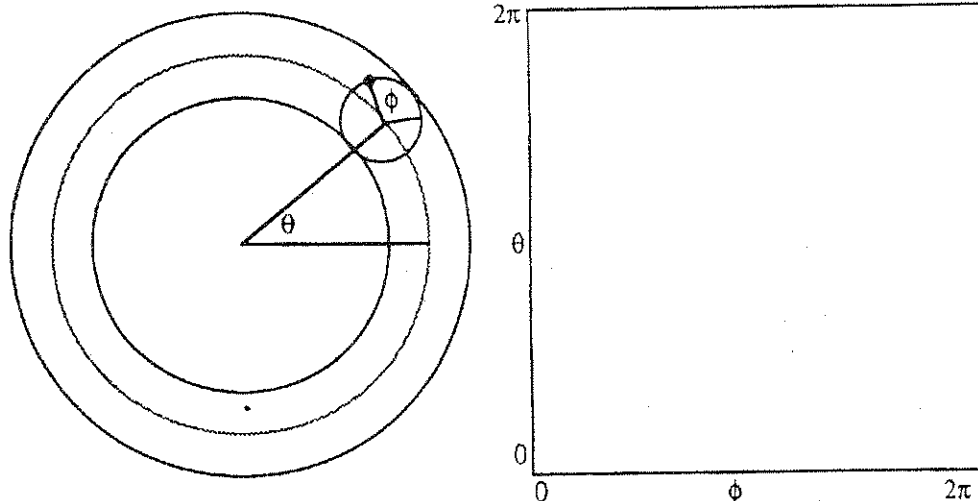


Рис. 8

Кроме того, можно определить отображение, независимое от топологии поверхности. Если проецировать поверхность сферы на плоскость, то получается круг, в котором каждая точка представляет две точки на первоначальной поверхности. Аналогично этому можно спроецировать поверхность 4-мерной гиперсферы на 3-мерное пространство и создать сферу, внутри которой каждая точка представляет пару точек на первоначальной гиперсфере.

Любая поверхность внутри этой сферы может быть использована как входная поверхность для сети и для генерации соответствующей поверхности произвольной формы в 3-мерном пространстве.

## 9. Применения

Поверхность Цао Ена была задумана как способ для описания произвольных форм в 3-мерном пространстве. Сеть, однако, определяет очень гибкую и общую функцию преобразования, допускающую многие другие применения. Здесь перечислим несколько, которые активно исследуются.

**Метаморфоза.** Когда в анимационной последовательности описана метаморфоза, необходимо, но обычно трудно задать соответствие между точками на изменяющихся объектах. Если же два объекта описаны как поверхности Цао Ена, то они уже связаны, так как оба получены из сферы. Преобразование может быть осуществлено просто, если различные значения  $w_i$  и  $t_i$  могут изменяться из одной формы в другую. Это можно сделать, даже если одна модель имеет больше ключевых точек, чем другая. Любая ключевая точка, для которой все элементы соответствующего  $v_i$  равны нулю, не имеет влияния на поверхность. Поэтому "пустые" ключевые точки можно заменить на дополнительные, если они требуются.

**Искажение.** Если сеть используется, как описано в разд. 8, для отображения поверхности 4-мерной гиперсферы в 3-мерную, то она фактически описывает функцию искажения в 3-мерном пространстве. Такая функция имеет произвольное число параметров управления.

**Прямое отражение и преломление.** Поскольку сеть непосредственно может вычислять нормали к поверхности, то ее можно использовать для вычисления направления отраженного или преломленного луча. Направление падающего луча

становится частью входного вектора. Подобным образом вычисления освещения, основанные на законе косинуса, можно выполнить с помощью сети, и в результате получить спроецированное закрашенное изображение.

**Отображение текстуры.** Очевидно, что любая текстура, которую можно применить к исходной сфере, может быть автоматически отображена на выходную поверхность. В некоторых случаях можно получить почти ту же форму, используя различные положения ключевой точки  $t_i$ , но соответствующие одному и тому же вектору формы  $t_i$ . Это означает, что мы отображаем различные части исходной сферы на те же части поверхности произвольной формы. Если сфера текстурируется, тогда у нас есть способ определения, как и где текстура будет натянута на соответствующую выходную поверхность.

Другая возможность состоит в том, чтобы использовать одну сеть для создания этой формы и другую для создания формы внутри 3-мерного пространства текстуры. Так как они обе являются отображениями сферы, то текстура, заданная выборкой в одном пространстве, может быть применена в другом. Такой подход обеспечивает высокий уровень управления способом натягивания текстуры.

**Сжатие изображения.** Поверхность Цао Ена может быть использована для сжатия изображения. Битовый массив представляет собой совокупность скалярных значений  $R, G, B$ . Сеть может быть использована для хранения совокупности троек  $R, G, B$  с экрана и затем восстановления этих значений между точками.

Выходные точки определяются как  $(x, y, R, G, B)$ . Они отображаются в точки на поверхности 5-мерной гиперболы. Затем сеть рассчитывается для любой точки на поверхности гиперболы, и вычисляются значения  $x, y$  и  $R, G, B$  первоначального битового массива.

Выбор  $(x, y, R, G, B)$  очень важен. Сеть будет интерполировать между ключевыми точками. Если даны точки на цветных границах, то сеть может быть использована для восстановления гладких областей изображения, ограниченных ключевыми точками. В областях высокой частоты следует использовать больше выходных точек, чем в областях низкой частоты. Плотность выходных точек любой области в изображении будет зависеть от сложности этой области изображения. Эта плотность определяется теоремой Шеннона [8].

Выходные точки могут быть сохранены на диске в виде представления битового массива. Если определено очень мало ключевых точек, восстановление изображения будет очень плохим. С дополнительными выходными точками восстановление будет лучше. Оптимальное число выходных точек ограничено полосой частот. С некоторого момента добавление дополнительных выходных точек не улучшает изображение. Сеть может быть использована для сглаживания изображения битового массива посредством вычисления изображения в субэлементах (субпикселах).

## 10. Обсуждение

Поверхность Цао Ена строится простейшим способом — каждая точка на поверхности определяется как среднее взвешенное векторов выходной формы  $t_i$ . Другие параметрические формы, такие как поверхности Безье, часто определяются как весовая сумма базовых кубических функций [9]. Аналогично мягкие объекты [3] являются сопряжениями сфер. В обоих случаях сопряжение и геометрия определяются вместе. Поверхность Цао Ена обеспечивает схему моделирования, в которой характеристики сопряжения и информация о форме кодируются в отдельных уровнях сети. Поэтому такое разделение сглаживания и геометрии делает сеть гибкой.

## 11. Заключение

Разработан новый метод геометрического моделирования поверхностей произвольных форм. Мы назвали его поверхностью Цао Ена, в честь автора.

ения освещения,  
, и в результате

ркую можно при-  
на выходную по-  
орму, используя  
ному и тому же  
части исходной  
ера текстуриру-  
ет натянута на

ть для создания  
остранства тек-  
стура, заданная  
Такой подход  
екстуры.

зована для сжа-  
, скалярных зна-  
жупности троек  
ками.

ются в точки на  
любой точки на  
первоначального

между ключевы-  
' быть использо-  
ных ключевыми  
е выходных то-  
побой области в  
ния. Эта плот-

вления битового  
ление изображе-  
восстановление  
юсой частот. С  
е улучшает изо-  
жения битового  
икселах).

ая точка на по-  
формы  $t_i$ . Дру-  
ределяются как  
кие объекты [3]  
етрия определя-  
ания, в которой  
тдельных уров-  
ет сеть гибкой.

хностей произ-  
ора.

Поверхности Цао Ена обеспечивают простой, допускающий распараллеливание алгоритм для генерации параметрической поверхности произвольной сложности и любой топологии. Они не имеют недостатков, характерных для кусков поверхности.

Поверхность Цао Ена генерируется с помощью алгоритма, представленного искусственной нейронной сетью. Сеть может также генерировать проекции и нормали к поверхности. Даже отображение текстуры и вычисления освещения могут быть охвачены в сетевом процессе.

Для выпуклых поверхностей неявная форма может быть создана с помощью той же сети. Она используется при трассировке лучей и в конструктивной геометрии тел.

Фотоиллюстрации были подготовлены с помощью и при поддержке Лаборатории машинной графики, EPFL, Лозанна, Швейцария.

#### Список литературы

1. *Blinn J.* A Generalization of Algebraic Surface Drawing // ACM Transactions on Graphics. 1982. V. 1. P. 235-256.
2. *Nishimura H., Hirai M., Kawai T., Kawata T., Shrakawa I. and Omura K.* Object Modeling by Distribution Function and a Method of Image Generation // Journal of papers given at the Electronics Communication Conference'85. 1985. J68-D(4) (на японском языке).
3. *Wyvill G., McPheeters C. and Wyvill B.* Data Structure for Soft Objects // The Visual Computer. 1986. V. 2. N°4. P. 227-234.
4. *Wyvill G., Trotman A.* Ray Tracing Soft Objects // Proceedings of CG International. 1990. P. 469-476.
5. *Hertz J., Krogh A., Palmer R.* Introduction to the Theory of Neural Computation. Addison-Wesley: Redwood City, California. 1991.
6. *Perlin K.* Hypertexture // Computer Graphics. 1989. V. 23. N°3. P. 253-260.
7. *Roth S.* Ray Casting for Modeling Solids // Computer Graphics and Image Processing. 1982. V. 18. P. 109-144.
8. *Shannon C.* A Mathematic Theory of Communication // Bell Systems Technical Journal. 1948. V. 27. P. 379-425.
9. *Фолл Дж., ван Дэм А.* Основы интерактивной машинной графики. М.:Мир, 1985.

Поступила в редакцию 15.06.92.

Geoff Wyvill, Cao En, Andrew Trotman

#### The Cao En surface: a new approach to freeform geometric models

The Cao En surface provides a new way to describe freeform models for computer graphics. In essence, it is a mapping from a sphere, or hypersphere, to a corresponding, closed, parametric surface. However, the same technique can create surfaces of arbitrary topology, perform smoothing by interpolating surface normals, calculate projections of a surface, define distortions, and interrogate texture functions.

The mapping can be described as the function of a two-layer neural network. This structure suggests that it could be implemented efficiently in special purpose parallel hardware. By separating the concepts of blending and geometry, the Cao En Surface has enabled us better to understand the modelling process.

Джефф Вайвил окончил Джессусский колледж в Оксфорде по специальности физика и начал работать с компьютерами как технолог-исследователь в Британской нефтяной

компания. Он получил степени магистра и доктора по информатике в Брэдфордском университете, где читал лекции по информатике с 1969 по 1978 гг. В настоящее время — старший лектор по информатике Университета в Отаго. Он является членом редакционного совета журнала The Visual Computer и также членом научных обществ SIGGRAPH, ACM, CGS и NZCS.

Адрес: Univ. of Otago, Dept. of Computer Science, Box 56, Dunedin, New Zealand.

Эл. почта: geoff@otago.ac.nz

Цао Ен является содиректором группы синтеза изображений и научного анализа Пекинского Университета авиации и космонавтики (BUAA). В настоящее время — приглашенный ученый по информатике в Университете Отаго, Новая Зеландия. Он получил степень бакалавра и магистра в области связи и электронных систем в BUAA соответственно в 1982 и 1988 гг. Его научные интересы включают параллельную обработку изображений и графические применения.

Андрэ Тротмэн заканчивает аспирантуру в Университете в Отаго. Его научные интересы включают конструктивную трехмерную геометрию и компьютерную анимацию. Он получил степень бакалавра по информатике в 1988 г. и является членом студенческого отделения ACM и SIGGRAPH.